Résumé équations différentielles:

Equation diff du 1er ordre : $b(y)\,y' = a(x)$

On pose $y' = \frac{dy}{dx} \Rightarrow b(y)\,dy = a(x)\,dx$

$\Rightarrow B(y) = A(y) + K$

$\Rightarrow y = \ldots$

Si $y' = a(x)y + b(x)$, on calcule la solution de : $y' = a(x)\,y$ qui est : $y = Ke^{A(x)}$, $K \in \mathbb{R}$

et on y ajoute la solution de : $y_0 = K(x)e^{A(x)}$

Pour trouver la solution de cette dernière on remplace y_0 dans l'équ différentielle.

Superposition des solutions :

$y' = a(x)y + b_K(x)$ (E_K)

Si y_K solution de E_K alors $\sum y_K$ solution de E

Equation diff 2nd degré :

$ay'' + by' + cy = 0 \rightarrow ar^2 + br + c = 0$

$\rightarrow \Delta \rightarrow \Delta > 0 : Ae^{r_1 x} + Be^{r_2 x}$

$\hookrightarrow \Delta = 0 : (Ax + B)e^{rx}$

$\hookrightarrow \Delta < 0 : e^{\alpha x}(A\cos\beta x + B\sin\beta x)$

$\mathbb{R}$

Si $ay'' + by' + cy = f(x)$

3 cas particulier :

$\rightarrow f(x) = e^{\lambda x}P(x)$ $\quad (P(x) \rightarrow$ Polynôme ; $\lambda \in \mathbb{R})$

on cherche y_p sous la forme : $y_p = e^{\lambda x}Q(x)$ si λ n'est pas racine du Polynôme caractéristique.

. sous la forme $y_p = xe^{\lambda x}Q(x)$ si λ est racine simple

$y_p = x^2e^{\lambda x}Q(x)$ si λ est racine double.

Où $Q(x)$ est à déterminer en remplaçant y_p dans l'équation.

$\rightarrow f(x) = P(x)$ (Même cas que $e^{\lambda x}P(x)$ mais $\lambda = 0$)

Donc $y_p = Q(x)$ si 0 n'est pas racine....

$\rightarrow f(x) = e^{\alpha x}P(x)\cos\beta x$.

on cherche $y_p = e^{\alpha x}(P_1(x)\cos\beta x + P_2(x)\sin\beta x)$ si $\alpha + i\beta$ n'est pas racine, sinon : $e^{\alpha x}x(P_1\cos\beta x + P_2\cos\beta x)$

où $P_1(x)$ et $P_2(x)$ sont à déterminer en remplaçant...

Si aucun des 3 cas n'est le notre, on utilise Lagrange : $\begin{cases} A'(x)y_1 + B'(x)y_2 = 0 \\ A'(x)y_1' + B'(x)y_2' = \frac{1}{a}f(x) \end{cases}$

$y_p = A(x)y_1 + B(x)y_2$

$\begin{cases} y_1 \text{ et } y_2 \text{ sont données} \\ \text{par } \Delta \text{ de l'équation} \\ \text{différentielle} \end{cases}$

Résumé équations différentielles:

Equation diff du 1er ordre : $b(y)\,y' = a(x)$

On pose $y' = \frac{dy}{dx} \Rightarrow b(y)\,dy = a(x)\,dx$

$\Rightarrow B(y) = A(y) + K$

$\Rightarrow y = \ldots$

Si $y' = a(x)y + b(x)$, on calcule la solution de : $y' = a(x)\,y$ qui est : $y = Ke^{A(x)}$, $K \in \mathbb{R}$

et on y ajoute la solution de : $y_0 = K(x)e^{A(x)}$

Pour trouver la solution de cette dernière on remplace y_0 dans l'équ différentielle.

Superposition des solutions :

$y' = a(x)y + b_K(x)$ (E_K)

Si y_K solution de E_K alors $\sum y_K$ solution de E

Equation diff 2nd degré :

$ay'' + by' + cy = 0 \rightarrow ar^2 + br + c = 0$

$\rightarrow \Delta \rightarrow \Delta > 0 : Ae^{r_1 x} + Be^{r_2 x}$

$\hookrightarrow \Delta = 0 : (Ax + B)e^{rx}$

$\hookrightarrow \Delta < 0 : e^{\alpha x}(A\cos\beta x + B\sin\beta x)$

$\mathbb{R}$

Si $ay'' + by' + cy = f(x)$

3 cas particulier :

$\rightarrow f(x) = e^{\lambda x}P(x)$ $\quad (P(x) \rightarrow$ Polynôme ; $\lambda \in \mathbb{R})$

on cherche y_p sous la forme : $y_p = e^{\lambda x}Q(x)$ si λ n'est pas racine du Polynôme caractéristique.

. sous la forme $y_p = xe^{\lambda x}Q(x)$ si λ est racine simple

$y_p = x^2e^{\lambda x}Q(x)$ si λ est racine double.

Où $Q(x)$ est à déterminer en remplaçant y_p dans l'équation.

$\rightarrow f(x) = P(x)$ (Même cas que $e^{\lambda x}P(x)$ mais $\lambda = 0$)

Donc $y_p = Q(x)$ si 0 n'est pas racine....

$\rightarrow f(x) = e^{\alpha x}P(x)\cos\beta x$.

on cherche $y_p = e^{\alpha x}(P_1(x)\cos\beta x + P_2(x)\sin\beta x)$ si $\alpha + i\beta$ n'est pas racine, sinon : $e^{\alpha x}x(P_1\cos\beta x + P_2\cos\beta x)$

où $P_1(x)$ et $P_2(x)$ sont à déterminer en remplaçant...

Si aucun des 3 cas n'est le notre, on utilise Lagrange : $\begin{cases} A'(x)y_1 + B'(x)y_2 = 0 \\ A'(x)y_1' + B'(x)y_2' = \frac{1}{a}f(x) \end{cases}$

$y_p = A(x)y_1 + B(x)y_2$

$\begin{cases} y_1 \text{ et } y_2 \text{ sont données} \\ \text{par } \Delta \text{ de l'équation} \\ \text{différentielle} \end{cases}$

Résumé équations différentielles:

Equation diff du 1er ordre : $b(y)\,y' = a(x)$

On pose $y' = \frac{dy}{dx} \Rightarrow b(y)\,dy = a(x)\,dx$

$\Rightarrow B(y) = A(y) + K$

$\Rightarrow y = \ldots$

Si $y' = a(x)y + b(x)$, on calcule la solution de : $y' = a(x)\,y$ qui est : $y = Ke^{A(x)}$, $K \in \mathbb{R}$

et on y ajoute la solution de : $y_0 = K(x)e^{A(x)}$

Pour trouver la solution de cette dernière on remplace y_0 dans l'équ différentielle.

Superposition des solutions :

$y' = a(x)y + b_K(x)$ (E_K)

Si y_K solution de E_K alors $\sum y_K$ solution de E

Equation diff 2nd degré :

$ay'' + by' + cy = 0 \rightarrow ar^2 + br + c = 0$

$\rightarrow \Delta \rightarrow \Delta > 0 : Ae^{r_1 x} + Be^{r_2 x}$

$\hookrightarrow \Delta = 0 : (Ax + B)e^{rx}$

$\hookrightarrow \Delta < 0 : e^{\alpha x}(A\cos\beta x + B\sin\beta x)$

$\mathbb{R}$

Si $ay'' + by' + cy = f(x)$

3 cas particulier :

$\rightarrow f(x) = e^{\lambda x}P(x)$ $\quad (P(x) \rightarrow$ Polynôme ; $\lambda \in \mathbb{R})$

on cherche y_p sous la forme : $y_p = e^{\lambda x}Q(x)$ si λ n'est pas racine du Polynôme caractéristique.

. sous la forme $y_p = xe^{\lambda x}Q(x)$ si λ est racine simple

$y_p = x^2e^{\lambda x}Q(x)$ si λ est racine double.

Où $Q(x)$ est à déterminer en remplaçant y_p dans l'équation.

$\rightarrow f(x) = P(x)$ (Même cas que $e^{\lambda x}P(x)$ mais $\lambda = 0$)

Donc $y_p = Q(x)$ si 0 n'est pas racine....

$\rightarrow f(x) = e^{\alpha x}P(x)\cos\beta x$.

on cherche $y_p = e^{\alpha x}(P_1(x)\cos\beta x + P_2(x)\sin\beta x)$ si $\alpha + i\beta$ n'est pas racine, sinon : $e^{\alpha x}x(P_1\cos\beta x + P_2\cos\beta x)$

où $P_1(x)$ et $P_2(x)$ sont à déterminer en remplaçant...

Si aucun des 3 cas n'est le notre, on utilise Lagrange : $\begin{cases} A'(x)y_1 + B'(x)y_2 = 0 \\ A'(x)y_1' + B'(x)y_2' = \frac{1}{a}f(x) \end{cases}$

$y_p = A(x)y_1 + B(x)y_2$

$\begin{cases} y_1 \text{ et } y_2 \text{ sont données} \\ \text{par } \Delta \text{ de l'équation} \\ \text{différentielle} \end{cases}$